

11.1.23 Kombinatorika

Předpoklady:

Př. 1: Vypiš všech šest základních postupů používaných v kombinatorice.

Př. 2: Šest základních postupů usporádej do přehledné tabulky 3×2 . Doplň charakteristiku řádků i sloupců.

Př. 3: Kufřík má heslový zámek, který se otevře, když na každém 5 kotoučků nastavíme správnou číslici. Určete max. počet pokusů potřebných k otevření kufříku. V kolika případech se vyskytne alespoň 1 jednička? V kolika je 1 na pátém kotoučku?

$$[10^5; 10^5 - 9^5; 10^4]$$

Př. 4: Ze 7 mužů a 4 žen máme vybrat 6-člennou skupinu tak, aby v ní byly aspoň 3 ženy. Kolik takových skupin existuje?

$$\left[\binom{7}{3} \cdot \binom{4}{3} + \binom{7}{2} \cdot \binom{4}{4} \right]$$

Př. 5: Kolik máme prvků, jestliže počet variací 3. třídy z nich utvořených je 5x větší než počet variací 2. třídy?

$$[7]$$

Př. 6: Kolik přímek je určeno 10 body, jestliže:

- a) žádné 3 body neleží v přímce,
- b) 4 z nich leží na jedné přímce.

$$\left[\binom{10}{2}; \binom{10}{2} - \binom{4}{2} + 1 \right]$$

Př. 7: Je dáno $2n$ po sobě jdoucích přirozených čísel. První je 1. Kolika způsoby je lze uspořádat, mají-li být lichá čísla na lichých pozicích a sudá čísla na sudých pozicích?

$$n! \cdot n!$$

Př. 8: V kolika bodech se protne 15 přímek, jestliže :

- a) žádné 2 nejsou rovnoběžné a žádné 3 se neprotínají v 1 bodě
- b) 4 jsou rovnoběžné a 5 se protíná v 1 bodě ?

a) $\left[\binom{15}{2} \right]$ b) $\left[\binom{15}{2} - \binom{4}{2} - \binom{5}{2} + 1 \right]$

Př. 9: V kolika bodech se protne 15 přímek, jestliže :

- a) žádné 2 nejsou rovnoběžné a žádné 3 se neprotínají v 1 bodě
- b) 4 jsou rovnoběžné a 5 se protíná v 1 bodě ?

$\left[\binom{15}{2} \right], \left[\binom{15}{2} - \binom{4}{2} - \binom{5}{2} + 1 \right]$

Př. 10: Kolik různých SPZ lze vytvořit ze 3 písmen a 4 číslic v systému AAA – XXXX, kde A je libovolné písmeno z 26 možných a X je libovolná číslice?

$\left[28^3 \cdot 10^4 \right]$

Př. 11: V lavici sedí 5 žáků A, B, C, D, E. Kolika způsoby si mohou sednout , jestliže:

- a) žák A má sedět na levém kraji
- b) žák A má sedět na jednom nebo druhém kraji
- c) žáci A, C mají sedět vedle sebe
- d) žák A má sedět na kraji a žáci B, C vedle sebe
- e) žák B má sedět nalevo ihned vedle žáka D?
- f) žák B má sedět kdekoli nalevo od žáka D?

a) 24 b) 48 c) 48 d) 24 e) 24 f) 60

Př. 12: Vojenský útvar má 3 důstojníky, 6 poddůstojníků a 60 vojínů. Kolika způsoby z nich lze vybrat strážní oddíl, který tvoří 1 důstojník, 2 poddůstojníci a 20 vojínů ?

$\left[\binom{3}{1} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{60}{20} \right]$

Př. 13: Napiš výraz $(2 - \sqrt{2})^7$ jako mnohočlen a zjednoduš jej.

Př. 14: Řešte rovnicí: $\binom{x}{2} - 2\binom{x-1}{x-2} + \binom{x}{0} = 0$

[2;3]

Př. 15: Kolikátý člen rozvoje $\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^8$ obsahuje x^7 ?

[4.]

Př. 16: Řešte rovnici: $V_3(m) + C_{m-2}(m) = 14m$

[5]

Př. 17: Pro jaké x je v rozvoji $\left(\sqrt[3]{4-2x} + \sqrt[6]{3-2x}\right)^9$ sedmý člen roven 168 ?

[1]

Shrnutí: